

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.04 Теория вероятностей

(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

38.03.01 Экономика

(код, наименование направления подготовки)

Финансы и кредит

(наименование образовательной программы)

очная, очно-заочная формы обучения

(форма обучения)

Год набора – 2026

Киров, 2026 г.

**Автор(ы)-составитель(и) РПД:**

Дубровская Лиана Владиславовна, кандидат экономических наук, доцент кафедры «Экономики и государственного и муниципального управления».

**Заведующий кафедрой:**

И.О. «Экономики и государственного и муниципального управления», к.э.н.,  
Русакова Е.А.

Рабочая программа дисциплины Б1.О.04 «Теория вероятностей» одобрена на заседании кафедры «Экономики и государственного и муниципального управления» Кировского филиала РАНХиГС.

Протокол №7 от 17.12.2025 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....	4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....	4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля) .....	6
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания .....	10
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания .....	13
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине. ....	15
7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля).....	20
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет .....	23
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы .....	24

## 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина Б1.О.04 Теория вероятностей обеспечивает формирование у обучающихся следующих общепрофессиональных компетенций:

ОТФ/ТФ и реквизи ты ПС (при наличии)	Код компет енции	Наимено вание компетен ции	Код индикато ра достижен ия компетен ций	Наименован ие индикатора достижения компетенци й	Образовательный результат
	ОПК ОС-1	Способен осуществлять обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК ОС – 1.1	Использует статистические методы и методы теории вероятностей для анализа данных, исследования и прогнозирования событий и явлений экономического характера, необходимых для решения поставленных экономических задач	<i>ОПК ОС-1. 3-1. Знает</i> основные понятия теории вероятностей, определения, теоремы <i>ОПК ОС-1. У-1. Умеет</i> применять инструментальный теории вероятностей для решения прикладных задач

## 2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины:

5 з.е., 180 ак.час.

– очная форма обучения – контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 66 ак.час на контактную работу с преподавателем, из них 32 ак.час на лекции и 32 ак.час на практические занятия, 2 ак.час консультация. 87 ак. час на самостоятельную работу обучающихся. 27 ак.час – контроль (экзамен).

– очно-заочная форма обучения – контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий: 16 ак.час на контактную

работу с

преподавателем, из них 6 ак.час на лекции и 6 ак.час на практические занятия, 2 ак.час консультация. 157 ак. час на самостоятельную работу обучающихся. 9 ак.час – контроль (экзамен).

Б1.О.04 Теория вероятностей реализуется в 3-м семестре 2-го курса на очной форме обучения и в 4-м семестре 2-го курса на очной-заочной форме обучения, после изучения дисциплин Алгебра, Математический анализ, Дифференциальные и разностные уравнения.

### 3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

#### 3.1. Структура дисциплины (модуля)

*Очная форма обучения*

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий								Самостоятельная работа				
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)								
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		И К	КС Р	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк		СР
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Случайные события и их вероятности	36	8	0	0	8	0	0	0	0	0	0	20	Контрольная работа 1	
Тема 2.	Повторные испытания. Цепи Маркова	34	6	0	0	6	0	0	0	0	0	0	22	Типовой расчет	
Тема 3.	Случайные величины	40	10	0	0	10	0	0	0	0	0	0	20	Контрольная работа 2	
Тема 4.	Случайные векторы	41	8	0	0	8	0	0	0	0	0	0	25	Контрольная работа 2	
Промежуточная аттестация		29	0	0	0	0	0	0	2	27	0	0	0	Экзамен	
Итого		180	32	0	0	32	0	0	2	27	0	0	87		

*Очно-заочная форма обучения*

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов	ВСЕГО	Объем дисциплины, ак.час											Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации	
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий								Самостоятельная работа				
			Период теоретического обучения				Период промежуточной аттестации (сессия)								
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		И К	КС Р	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк		СР
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Случайные события и их вероятности	40	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	36	Контрольная работа 1	
Тема 2.	Повторные испытания. Цепи Маркова	42	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	40	Типовой расчет	
Тема 3.	Случайные величины	40	2	0	0	2	0	0	0	0	0	0	36	Контрольная работа 2	
Тема 4.	Случайные векторы	47	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	45	Контрольная работа 2	
Промежуточная аттестация		11	0	0	0	0	0	0	2	9	0	0	0	Экзамен	
Итого		180	6	0	0	6	0	0	2	9	0	0	157		

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.



ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

### 3.2. Содержание дисциплины

#### **Тема 1. Случайные события и их вероятности.** ОПК ОС-1.1

Предмет теории вероятностей. Частотная интерпретация вероятностей. Свойство устойчивости относительных частот. Пространство элементарных событий. Случайные события и операции над ними. Вероятность в дискретном пространстве элементарных событий. Классическая вероятностная модель. Использование формул комбинаторики для подсчета вероятностей. Вероятностные пространства общего вида. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Геометрические вероятности. Действия над событиями. Условная вероятность. Зависимые и независимые события. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

#### **Тема 2. Повторные испытания. Цепи Маркова.** ОПК ОС-1.1

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Наивероятнейшее число наступления события при повторных испытаниях. Формула Пуассона. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Следствия интегральной теоремы Муавра-Лапласа. Первоначальные сведения о цепях Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова.

#### **Тема 3. Случайные величины.** ОПК ОС-1.1

Случайная величина как функция на пространстве элементарных событий. Дискретные случайные величины. Функция распределения, ее свойства. Математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины. Часто встречающиеся законы распределения для дискретной случайной величины: биномиальное распределение; распределение Пуассона; геометрическое распределение; гипергеометрическое распределение.

Непрерывные случайные величины. Функция распределения, плотность распределения, их взаимосвязь и свойства. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Основные законы распределения: равномерное распределение, показательное распределение, нормальное распределение, логарифмически нормальное распределение. Начальные и центральные моменты случайной величины. Асимметрия и эксцесс. Мода и медиана непрерывного распределения.

#### **Тема 4. Случайные векторы.** ОПК ОС-1.1

Понятия случайного вектора (многомерной случайной величины). Закон распределения дискретного случайного вектора и его связь с распределением компонент. Совместная функция распределения случайного вектора. Совместная плотность распределения. Математическое ожидание функции от случайного вектора. Ковариация. Коэффициент корреляции. Условная функция распределения, условная плотность распределения.



ческое ожидание. Функции регрессии. Двумерный нормальный закон распределения.

Понятие о различных формах закона больших чисел. Неравенства Маркова и Чебышева. Теорема Чебышева. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона. Центральная предельная теорема.

#### **4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания**

4.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.О.04 Теория вероятностей входят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляют фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающихся планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущему контролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплин размещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на задания закрытого, комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждый вопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать один или несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа – это задания, в которых на каждый вопрос должен быть предложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательность выполнения и система оценивания выполнения заданий.

#### 4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д.</li> <li>3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов.</li> <li>4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты-ты ответа.</li> <li>3. Выбрать несколько правильных ответов.</li> <li>4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Построить верную последовательность из предложенных элементов.</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр

		4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).	
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.</li> <li>2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.</li> <li>3. Выбрать один верный ответ.</li> <li>4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа.</li> <li>5. Записать аргументы, обосновывающие выбор ответа (например, 4 текст обоснования).</li> </ol>	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса.</li> <li>2. Продумать логику и полноту ответа.</li> <li>3. Записать ответ, используя четкие компактные формулировки.</li> <li>4. В случае расчетной задачи, записать решение и ответ</li> </ol>	<p>Ответ считается верным:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Отсутствие фактических ошибок.</li> <li>2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа).</li> <li>3. Обоснованность ответа (наличие аргументов).</li> <li>4. Логическая последовательность излагаемого материала.</li> </ol>

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся

Традиционная система	Бинарная система	ECTS	
		Для традиционной системы	Для бинарной системы
Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
		B	P/ Passed
Хорошо		C	P/ Passed
		D	P/ Passed
Удовлетворительно		E	P/ Passed
Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

**5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания**

5.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.04 Теория вероятностей используются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся: контрольная работа, типовой расчет.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся:

**Тема 1. Случайные события и их вероятности. ОПК ОС-1.1**

**Задания открытого типа с развернутым ответом**

**Варианты заданий контрольной работы 1**

1. Брошена игральная кость. Найти вероятность того, что число очков, выпавшее при одном бросании, меньше 4.
2. Из ящика, содержащего 15 синих и 6 красных шаров, наудачу вынимается 5 шаров. Найти вероятность того, что среди выбранных шаров будет два красных.
3. В группе 25 студентов, из них отличников - 5 человек, хорошистов - 12 человек, остальные учатся удовлетворительно. Преподаватель, незнакомый с группой, наугад вызывает по списку одного из студентов. Найти вероятность того, что этот студент учится хорошо или удовлетворительно.
4. Для каждого троллейбуса вероятность того, что он работает в данный момент, равна 0,8. Найти вероятность того, что в данный момент работает хотя бы один троллейбус из трех.
5. Игрок может выбрать наугад один из трех лабиринтов с равной вероятностью. Известно, что вероятности его выхода из различных лабиринтов за 5 минут равны соответственно 0,5; 0,6; 0,3. Найти вероятность того, что игрок выйдет из любого лабиринта за 5 минут.

## Тема 2. Повторные испытания. Цепи Маркова. ОПК ОС-1.1

### Задания открытого типа с развернутым ответом

#### Варианты заданий типового расчета

1. Вероятность выигрыша в лотерею на один билет равна  $p$ . Куплено  $n$  билетов. Найти наивероятнейшее число выигравших билетов и соответствующую вероятность.

2. В каждом из  $N$  независимых испытаний событие  $A$  происходит с постоянной вероятностью  $p$ . Найти вероятность того, что событие  $A$  происходит:

а) точно  $k_1$  раз;

б) не меньше чем  $k_1$  и не больше чем  $k_2$  раз;

в) не меньше чем  $k_2$  раз.

3. Телефонный коммутатор обслуживает  $n$  абонентов. Для каждого абонента вероятность позвонить в течение часа равна  $p$ . Найти вероятность того, что в течение часа позвонят на коммутатор:

а)  $m$  абонентов;

б) не менее  $m + 1$  абонентов.

1		2				3		
$p$	$n$	$N$	$p$	$k_1$	$k_2$	$n$	$p$	$m$
0,8	14	800	0,35	290	380	3000	0,002	2

## Тема 3. Случайные величины. ОПК ОС-1.1

### Задания открытого типа с развернутым ответом

#### Варианты заданий контрольной работы 2

1. Случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законами распределений.

Случайная величина $X$				Случайная величина $Y$		
$x_i$	-3	2	8	$y_j$	-2	3
$p_i$	0,4	$p_2$	0,3	$p_j$	0,2	0,8

1) Определить вероятность  $p_i$ ,

2) математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение случайных величин  $X$  и  $Y$ .

3) Составить законы распределений случайных величин  $Z = X + Y$ ,  $V = X \cdot Y$ .

4) Построить многоугольник распределения вероятностей случайной величины  $Z$ .

5) Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины  $W = 2X - 4Y$ .

2. Случайная величина  $X$  задана функцией плотности вероятности



$$\varphi(x) = \begin{cases} 0, & x \notin [0, R], \\ \frac{1}{k} \left(1 - \frac{x}{R}\right)^2, & x \in [0, R], \end{cases}$$

- 1) Найти функцию распределения  $F(x)$  случайной величины  $X$ .
  - 2) Вычислить для  $X$  ее математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ .
- Значения  $k$  и  $R$  вычислить следующим образом:  $R=2 \cdot \text{№ варианта}$ ;  $k=R^2/2$ .
3. Непрерывная случайная величина  $X$  имеет нормальный закон распределения с параметрами  $a$  и  $\sigma$ . Найти вероятность того, что в результате испытания случайная величина  $X$  примет значение из промежутка  $[x_1; x_2]$ .

$a$	$\sigma$	$x_1$	$x_2$
29	2	25	30

#### Тема 4. Случайные векторы. ОПК ОС-1.1

##### Задания открытого типа с развернутым ответом

#### Варианты заданий контрольной работы 2

По заданному закону распределения двумерной случайной величины найти:

1. закон распределения одномерной случайной величины  $X$ ;
2. закон распределения одномерной случайной величины  $Y$ ;
3. условное математическое ожидание  $M_{X \cdot x_1} Y$  для двух значений  $x_1$  и  $x_2$ .
4. ковариацию;
5. коэффициент корреляции.

$Y \backslash X$	4	7	9
4	0,30	0,12	0,10
10	0,08	0,12	0,28

$$x_1 = 7, x_2 = 9.$$

5.4. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий.

Для решения задач открытого типа студенту разрешается использование калькулятора и таблиц значений функций.

Использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

#### 6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация (экзамен) проводится в письменной форме.

При проведении письменного экзамена билет с вариантами заданий

выбирает сам обучающийся в случайном порядке. Обучающийся получает чистые маркированные листы бумаги для записей решения задач, затем приступает к решению. Необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения.

Обучающиеся при подготовке ответа могут пользоваться программой учебной дисциплины, таблицами значений функций, а также калькуляторами. Использование любых средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

Время на выполнение заданий – 80 минут (по желанию обучающегося ответ может быть досрочным).

Проверка работ выполняется экзаменатором после окончания экзамена и оценки выставляются в соответствии с критериями оценивания.

В случае возникновения сомнений относительно глубины знаний обучающегося экзаменатор может пригласить его и задать дополнительные и уточняющие вопросы в пределах учебного материала, вынесенного на экзамен.

## 6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

### **Тема 1. Случайные события и их вероятности. ОПК ОС-1.1**

Задания открытого типа.

#### 1. Вопросы открытого типа.

1. Предмет теории вероятностей. Понятие события. Классификация событий.
2. Классическое определение вероятности события. Свойства вероятностей.
3. Статистическое определение вероятности.
4. Геометрические вероятности.
5. Использование формул комбинаторики для подсчета вероятностей.
6. Действия над событиями.
7. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Вероятностное пространство.
8. Теоремы сложения вероятностей.
9. Теоремы умножения вероятностей. Условная вероятность.
10. Формула полной вероятности. Формулы Байеса.

#### 2. Контрольные задания.

1. Имеется три урны. В первой 4 белых и 3 черных шара, во второй и третьей по 6 белых и 7 черных шара. Из случайно выбранной урны извлекается шар. Он оказался белым. Какова вероятность того, что шар взят из третьей

урны?

2. В группе из 22 человек 8 учится на «отлично», 8 на «хорошо» и 6 на «удовлетворительно». Найти вероятность того, что из выбранных наугад 7 человек 3 человека учатся на «отлично».

3. Относительная частота работников предприятия, имеющих высшее образование, равна 0,15. Определить число работников, имеющих высшее образование, если всего на предприятии работает 80 человек.

4. Вероятность успешной сдачи экзамена по первому, второму и третьему предметам у данного студента соответственно равны 0,8, 0,7 и 0,75. Найти вероятность того, что он успешно сдаст хотя бы два экзамена.

5. В круг радиуса  $R$  вписан правильный треугольник. Найти вероятность того, что точка, брошенная в этот круг, попадет в данный треугольник.

## Тема 2. Повторные испытания. Цепи Маркова. ОПК ОС-1.1

Задания открытого типа.

### 1. Вопросы открытого типа.

1. Повторные независимые испытания. Наивероятнейшее число наступления события при повторных испытаниях.
2. Формула Бернулли.
3. Формула Пуассона.
4. Локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа.
5. Следствия к интегральной теореме Муавра-Лапласа
6. Первоначальные сведения о цепях Маркова.
7. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности. Матрица перехода.
8. Равенство Маркова.

### 2. Контрольные задания.

1. Известно, что 90% специалистов в районе имеют высшее образование. Найти вероятность того, что из 100 наудачу отобранных человек высшее образование имеют 92 человека.

2. По результатам проверок налоговыми инспекциями установлено, что в среднем каждое пятое малое предприятие региона имеет нарушение финансовой дисциплины. Найти вероятность того, что из 1000 зарегистрированных в регионе малых предприятий имеют нарушения финансовой дисциплины от 480 до 520 предприятий.

3. Система может находиться в одном из трех состояний с заданной

матрицей перехода:  $\begin{pmatrix} 0,4 & 0,4 & 0,2 \\ 0,2 & 0,5 & 0,3 \\ 0,1 & 0,3 & 0,6 \end{pmatrix}$

Найти вероятности перехода из одного состояния в другое за два шага.

### Тема 3. Случайные величины. ОПК ОС-1.1

Задания открытого типа.

#### 1. Вопросы открытого типа.

1. Понятие случайной величины. Закон распределения дискретной случайной величины.
2. Функция распределения, ее свойства.
3. Действия над случайными величинами.
4. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание и его свойства.
5. Числовые характеристики дискретных случайных величин. Дисперсия и ее свойства, среднее квадратическое отклонение.
6. Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности.
7. Математическое ожидание и дисперсия непрерывных случайных величин.
8. Мода и медиана непрерывного распределения.
9. Биномиальное распределение.
10. Распределение Пуассона.
11. Геометрическое распределение.
12. Гипергеометрическое распределение.
13. Равномерное распределение.
14. Показательное распределение.
15. Нормальное распределение.
16. Логарифмически нормальное распределение.
17. Начальные и центральные моменты случайной величины.
18. Асимметрия и эксцесс.

#### 2. Контрольные задания.

1. На экспертизу поступил проект решения, который был отправлен трем экспертам. В проекте имеется противоречие. Вероятность его выявления 1-ым экспертом 0,3, вторым – 0,4, третьим – 0,6. Составить закон распределения числа экспертов, выявивших противоречие.

2. Дискретная случайная величина  $X$  задана рядом распределения:

$x_i$	2	4	5	6
$p_i$	0,3	0,1	0,4	$p_4$

Найти вероятность  $p_4$ , построить многоугольник распределения. Найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

3. Дана функция распределения непрерывной случайной величины  $X$ :

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ \frac{1}{6} - \frac{1}{6}x^2 & \text{при } 1 \leq x \leq 3, \\ 1 & \text{при } x \geq 3, \end{cases}$$

не 1      ну x 3.

Найти математическое ожидание  $M(X)$ , дисперсию  $D(X)$ , среднее квадратическое отклонение  $\sigma(X)$ .

4. Дана плотность вероятности нормально распределенной случайной величины:  $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2}} e^{-\frac{x^2}{32}}$ . Найти математическое ожидание, дисперсию и вероятность того, что в результате испытания случайная величина примет значение в интервале  $5; 8$ .

#### Тема 4. Случайные векторы. ОПК ОС-1.1

Задания открытого типа.

##### 1. Вопросы открытого типа.

1. Понятие многомерной случайной величины (случайного вектора) и ее закон распределения.
2. Функция распределения многомерной случайной величины.
3. Плотность вероятности двумерной случайной величины.
4. Числовые характеристики двумерной случайной величины.
5. Условные законы распределения. Условное математическое ожидание. Регрессия.
6. Ковариация и коэффициент корреляции.
7. Двумерный нормальный закон распределения.
8. Понятие о различных формах закона больших чисел.
9. Неравенства Маркова и Чебышева.
10. Теорема Чебышева.
11. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона.
12. Центральная предельная теорема.

##### 2. Контрольные задания.

1. По заданному закону распределения двумерной случайной величины найти ковариацию (корреляционный момент) случайных величин  $X$  и  $Y$ .

$Y \backslash X$	3	4	7
3	0,30	0,20	0,10
6	0,05	0,12	0,23

2. Среднее число пожаров в городе в сутки равно 400. Оценить вероятность того, что в течение суток поступит: а) более 500 вызовов пожарных машин, б) не более 600.

3. Опыт работы страховой компании показывает, что страховой случай приходится на каждый пятый договор. Оценить с помощью неравенства Чебышева необходимое количество договоров, которые следует заключить, чтобы с вероятностью 0,9 можно было утверждать, что доля страховых случаев отклонится от 0,2 не более чем на 0,01 (по абсолютной величине).

### 6.3. Критерии и шкала оценивания.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, решил предложенные практические задания без ошибок	отлично
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	хорошо
Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы. Материал излагает фрагментарно и непоследовательно, допускает ошибки в применении метода решения, задачу решает частично; имеет затруднения при выборе методов для решения задач. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.	удовлетворительно
Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	неудовлетворительно

6.4. Обучающиеся при подготовке ответа могут пользоваться программой учебной дисциплины, таблицами значений функций, а также калькуляторами. Использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

## 7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля)

Подготовка к лекциям.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисциплину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин. Каждому обучающемуся следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня

целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану,



не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Подготовка к лекции заключается в:

- внимательном прочтении материала предыдущей лекции;
- знакомстве с темой предстоящей лекции (по тематическому плану, по информации лектора);
- предварительном знакомстве с учебным материалом по учебнику и учебным пособиям;
- записи возможных вопросов для преподавателя на лекции.

Самостоятельная работа на лекции.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность обучающегося. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Подготовка к практическим занятиям.

Подготовка к практическим занятиям заключается в:

- внимательном прочтении теоретического материала лекций, относящихся к данному занятию, изучении учебного материала по учебнику и учебным пособиям;
- выписке основных определений, теорем, алгоритмов и формул;
- выполнении письменной части домашнего задания (вначале желательно выполнить задания с ориентацией на приведенный результат, затем переходить к выполнению контрольных заданий);
- определении, какие учебные элементы остались для вас неясными.

Готовиться к практическим занятиям можно индивидуально, парами или в составе малой группы. При подготовке к занятиям можно пользоваться консультативной помощью преподавателя.

Выполнение домашнего задания.

Для успешного усвоения дисциплины студенту необходимо регулярно заниматься самостоятельной работой: аудиторной и внеаудиторной. Студент регулярно должен прорабатывать темы лекционных занятий, занимаясь с конспектом лекций и рекомендованной литературой. Для отработки умения решения дифференциальных и разностных уравнений необходимо регулярно решать дополнительные (не разбираемые на семинарских занятиях) задачи.

В результате студент должен продемонстрировать знание основных теоретических понятий, методов решения дифференциальных и разностных уравнений, умение применять их при выполнении контрольных работ и решении задач, способность грамотно и четко формулировать их содержание на экзамене. Кроме того, при решении задач студент должен продемонстрировать умение логически верно строить рассуждение и обосновывать полученные результаты.

Подготовка к контрольной работе.

Контрольная работа проводится по пройденному к моменту написания данной работы материалу.

При подготовке к контрольной работе следует:

- 1) повторить теоретический материал по темам, включенным в контрольную работу;
- 2) просмотреть материалы практических занятий и домашних заданий;
- 3) попробовать решить задания из шаблона контрольной работы или примерного перечня практических заданий;
- 4) закрепить полученные умения и навыки, решая похожие задания из рекомендованных преподавателем учебников и учебно-методических пособий.

Если в процессе подготовки к контрольной работе возникли затруднения или требуются какие-либо уточнения и рекомендации, следует обратиться за помощью к преподавателю.

Отсчет времени, отведенного на письменную работу, идет по завершении процедуры размещения студентов и раздачи заданий. Студент обязан являться на письменный контроль в указанное в расписании время. В случае опоздания время, отведенное на выполнение заданий, не продлевается.

При выполнении контрольной работы использование электронных средств запоминания и хранения информации, средств связи (телефоны, наушники и др.) не допускается.

Подготовка к экзамену.

К промежуточной аттестации в форме экзамена необходимо готовиться целенаправленно, регулярно, систематически и с первых дней обучения по данной дисциплине. Систематическое выполнение учебной работы на лекциях и практических занятиях позволит успешно освоить дисциплину и создать хорошую базу для сдачи экзамена.

Предварительная подготовка включает знакомство с учебно-методической документацией: программой дисциплины; перечнем знаний и умений, которыми студент должен владеть; тематическими планами лекций, семинарских занятий; контрольными мероприятиями; учебниками, учебными пособиями по дисциплине; перечнем вопросов к экзамену. При подготовке к аттестации необходимо иметь четкое представление об объеме и характере знаний и умений, которыми необходимо овладеть при изучении дисциплины.

Также на предварительном этапе необходимо проверить полноту, правильность и аккуратность конспектов занятий, систематизировать материалы самостоятельной и индивидуальной работы.

При подготовке материалов по перечню конкретных вопросов экзамена необходимо вначале разобрать теоретические основы учебного материала, выучить формулировки основных определений, теорем, формул. После проработки теоретического материала необходимо просмотреть различные задания практического содержания, отработать выполнение основных математических действий темы. Наиболее проблемные вопросы необходимо выделить и получить по ним консультацию преподавателя.

## **8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет**

### **8.1. Основная литература**

1. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 259 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-17131-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/561038>

2. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/565694>

3. Ковалев, Е. А. Теория вероятностей и математическая статистика для экономистов: учебник и практикум для вузов / Е. А. Ковалев, Г. А. Медведев; под общей редакцией Г. А. Медведева. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 284 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01082-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/560103>

4. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9.

— Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559584>.

## 8.2. Дополнительная литература

1. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач: учебное пособие для вузов / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 177 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/562007>.

2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 395 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-21643-1. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/581860>

3. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов / А. М. Попов, В. Н. Сотников; под редакцией А. М. Попова. — 3-е изд., перераб. и доп. — Москва: Издательство Юрайт, 2025. — 425 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-18264-4. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/559763>

4. Практикум по математике. Часть 2: Учебно-методическое пособие / Под редакцией Филонова А.Г. - Орел: Изд-во ОФ РАНХиГС, 2010 (в наличии в библиотеке филиала).

8.3. Нормативные правовые документы и иная правовая информация  
Не используются

## 8.4. Интернет-ресурсы

[https://www.matburo.ru/st\\_subject.php?p=tv](https://www.matburo.ru/st_subject.php?p=tv)  
<https://skill2go.com/ru/s/probability-theory/?ysclid=mgwnge6xo8930582003>

## 9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Требования к аудитории:

- Лекционные
- Семинарские
- Помещения для самостоятельной работы

Требования к оборудованию:

- Доска (большая)
- проектор
- Компьютер (стационарный) или ноутбук

Или компьютеры с установленным программным обеспечением

Требования к программному обеспечению:

<b>Наименование программного обеспечения</b>	<b>Назначение</b>
7-Zip	Архиватор с высокой степенью сжатия Свободная лицензия
Adobe Acrobat	Чтение, печать и рецензирование файлов PDF. Свободная лицензия
Adobe reader	Просмотр, печать и внесение аннотаций в документы PDF. Свободная лицензия
<u>MS Office</u>	Пакет офисных приложений.
Yandex Browser	Браузер Свободная лицензия
Yandex Messenger	приложение для общения, групповых чатов, а также аудио – и видеозвонков
Яндекс Телемост	это сервис для видеовстреч без ограничений по времени